ARTUR BĂLĂUCĂ

MARIANA CIOBANAȘU, IOAN CIOBANAȘU, CĂTĂLIN BUDEANU, PRAVĂȚ CRISTIAN, VERONICA BALMOȘ, ADRIANA MAXINIUC, STELA BOGHIAN, LUCIAN GLOAMBEȘ, MONICA SAS, NICOLAE TĂLĂU, LAURENȚIU ȚIBREA, MARIA ARITON

MATEMATICĂ
EVALUAREA NAŢIONALĂ

CLASA a VIII-a

LUCRAREA CUPRINDE:

- **40 de breviare pe teme din programa de Evaluarea Naţională în vigoare**
- **123 de teste recapitulative grupate pe clase (V - VIII)**

50 Modele de teste pentru Evaluarea Naţională elaborate după modelul M.E.N. cu bareme de notare şi care pot fi parcurse astfel:

- **16 variante până la 20 Decembrie**
- **11 variante până la 1 Aprilie**
- **23 de variante până la 10 Iunie**

LUCRARE ELABORATĂ ÎN CONFORMITATE CU PROGRAMA ŞCOLARĂ ÎN VIGOARE

Editura TAIDA

– Iaşi –

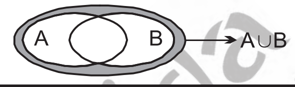
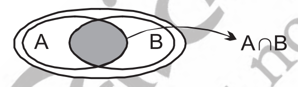
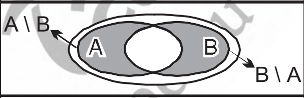
CAPITOLUL I. Recapitulare şi aprofundare

A R I T M E T I C Ă

CLASA a V-a

Numere naturale. Mulţimi

➲ **Reţineţi!**

Operaţia	**Notaţia**	**Definiţia**	**Diagrama**
Reuniunea	$A \cup B$	$\{x \mid x \in A$ sau $x \in B\}$	
Intersecţia	$A \cap B$	$\{x \mid x \in A$ şi $x \in B\}$	
Diferenţa	$A \setminus B$	$\{x \mid x \in A$ şi $x \notin B\}$	
Produs cartezian	$A \times B$ $A \times B \times C$	$\{(x, y) \mid x \in A$ şi $y \in B\}$ $\{(x, y, z) \mid x \in A, y \in B, z \in C\}$	

➲ **Teorema împărţirii cu rest:** oricare ar fi numerele naturale a şi b cu $b \neq 0$ există o pereche unică de numere naturale c şi r astfel încât $a = b \cdot c + r$, unde $r < b$.
Exemple: $(18, 4) \rightarrow 18 = 4 \cdot 4 + 2$, $2 < 4$, $(15, 24) \rightarrow 15 = 24 \cdot 0 + 15$, $15 < 24$.

➲ **Media aritmetică** a două numere naturale a şi b este egală cu $\frac{a+b}{2}$. $\left(m_a = \frac{a+b}{2}\right)$

Test 1

I. Completaţi spaţiile punctate.

1. Cel mai mare număr natural de 5 cifre distincte este egal cu ... .

2. Cel mai mic număr natural, mai mare decât 2012 este ... .

3. Rezultatul calculului $3 \cdot 5 - 2$ este egal cu ... .

4. Rezultatul calculului $28 : 4 + 10$ este egal cu ... .

5. Dacă $x + 15 = 29$, atunci $x = ...$.

6. Dacă $2x - 3 = 17$, atunci $x = ...$.

II. Scrieţi rezolvările complete.

1. Calculaţi:

a) $255 : (65 - 50) - (80 : 4 - 256 \cdot 0) : 2$; **b)** $89 + 89 : 89 - 89$;

c) $30 + 5 \cdot \{32 : 8 + 5 \cdot [40 + 8 \cdot (200 : 5 - 72 : 2)]\}$.

2. Verificaţi că: $23^2 - 15^2 = (23 - 15)(23 + 15)$; $45^2 - 12^2 = (45 - 12) \cdot (45 + 12)$;

$(11 + 7)^2 = 11^2 + 2 \cdot 7 \cdot 11 + 7^2$; $(13 - 5)^2 = 13^2 - 2 \cdot 5 \cdot 13 + 5^2$;

$(4 + 5 + 6)^2 = 4^2 + 5^2 + 6^2 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 6$.

3. Să se afle x din egalitatea: $\{[(7x+34):17+18]:5-12\}:8=960:160$.

4. Calculaţi: **a)** $(64 - 1^2) \cdot (64 - 2^2) \cdot \ldots \cdot (64 - 8^2)$;
b) $385 \cdot 47 - 385 \cdot 5 + 385 \cdot 58$; **c)** $3^4 \cdot 52 + 16 \cdot 3^5 - 11 \cdot 3^6$;
d) $ab + ac - bc$ ştiind că $a + b = 17$, $a + c = 18$, $b + c = 19$.

5. Să se afle numerele de forma $\overline{xyz}$ în baza 10, ştiind că: $\overline{xy}+\overline{yz}+\overline{zx}=121$ şi $x < y < z$.

Test 2

I. Completaţi spaţiile punctate.

1. Dacă $x : 5 = 100$, atunci $x = \ldots$.

2. Rezultatul calculului $97 - 97 : 97 - (100 - 100 : 5)$ este egal cu ... .

3. Numărul numerelor naturale de forma $\overline{7ab3}$ este egal cu ... .

4. Diferenţa dintre triplul numărului 53 şi sfertul numărului 76 este egal cu ... .

5. Dintre numerele 2809 şi 2098 mai mare este numărul ... .

6. Fie şirul 10, 20, 30, 40, ... Suma primelor 20 de termeni ai şirului este egală cu ... .

II. Scrieţi rezolvările complete.

1. Calculaţi: **a)** $(8+16+24+32+\ldots+1000):(1+2+\ldots+125)$;
b) $(8+80+800+8000+800000):(1+10+100+1000+100000)$;
c) $1+3+5+7+\ldots+1999-2-4-6-\ldots-1998$.

2. Calculaţi: **a)** $7^{45}:(7^2\cdot 7^{41})\cdot(5^2+3\cdot 5):35$;
b) $10\cdot\{21^3:441-3\cdot[(3^3\cdot 3\cdot 3^2\cdot 5^3)^{10}:(3^{60}\cdot 5^{30})-1^{100}]\}$; **c)** $\left(2^3\right)^5\cdot 4^6:\left(2^9\right)^3$.

3. Determinaţi numerele naturale de două cifre $\overline{ab}$ ştiind că: $2\cdot\overline{ab}+3\cdot\overline{ba}=147$ şi $a\neq 0, b\neq 0$.

4. Aflaţi numerele naturale a şi b ştiind că $(a - 1)(b - 3) = 12$ şi suma $a + b$ este maximă.

5. Mai mulţi copii vor să cumpere un obiect. Dacă fiecare dă câte 400 lei, nu ajung 2000 lei, iar dacă fiecare dă câte 500 lei, prisosesc 500 lei. Câţi copii sunt şi cât costă obiectul?

6. Să se calculeze suma tuturor numerelor naturale care împărţite la 8 dau câtul egal cu 10.

Test 3

I. Completaţi spaţiile punctate.

1. Rezultatul calculului $2^3 \cdot 2^4 - 3^2 \cdot 3$ este egal cu ... .

2. Numărul numerelor naturale de trei cifre care împărţite la 32 dau restul 8 este egal cu ... .

3. Dacă $ab + ac + ad = 350$ şi $b + c + d = 70$, atunci $a = \ldots$.

4. Fie mulţimea $A = \{n \in \mathbb{N} / n = \overline{15x}, 3 / n\}$. Elementele mulţimii A sunt … .

ARITMETICĂ ALGEBRĂ

CLASA a VI-a

Numere naturale. Divizibilitatea în $\mathbb{N}$

Reţineţi!

➲ Un număr natural b **divide** un număr natural a dacă există un număr natural c astfel încât $a = b \cdot c$.

Observaţie. Nu există pentru orice pereche de numere naturale a şi b un număr natural c astfel încât $a = b \cdot c$ şi, urmează că relaţia b/a **nu este peste tot definită în** $\mathbb{N}$.

Pentru $a \in \mathbb{N}$ se consideră mulţimea $D_a = \{x \in \mathbb{N} / x / a\}$ ale cărei elemente se numesc ***divizorii*** lui a. D_a este mulţime finită.

PROPRIETĂŢI:

1. a/a, oricare $a \in \mathbb{N}$ **(reflexivitatea)**;
2. a/b şi $b/a \Rightarrow a = b$ **(antisimetria)**;
3. a/b şi $b/c \Rightarrow a/c$ **(tranzitivitatea)**;
4. $1/a$, oricare $a \in \mathbb{N}$;
5. $a/1 \Rightarrow a = 1$;
6. $a/0$, oricare $a \in \mathbb{N}$;
7. $0/a \Rightarrow a = 0$;
8. $a/b \Rightarrow a/b \cdot c$, oricare $c \in \mathbb{N}$;
9. a/b_1 şi $a/b_2 \Rightarrow a/b_1 + b_2$ şi $a/ b_1 - b_2$ $(b_1 \geq b_2)$;
10. a/b şi $a \nmid c \Rightarrow a \nmid b+c$;
11. a/b_1 şi $a/b_2 \Rightarrow a/b_1c_1 + b_2c_2$, oricare $c_1, c_2 \in \mathbb{N}$;
Generalizare:
$a/b_1, a/b_2, \ldots, a/b_n \Rightarrow a/b_1c_1 + b_2c_2 + \ldots + b_nc_n$, oricare $c_1, c_2, \ldots, c_n \in \mathbb{N}$;
12. $a/b \Rightarrow ac/bc$, oricare $c \in \mathbb{N}$;
13. ac/bc şi $c \neq 0 \Rightarrow a/b$;
14. a_1/b_1 şi $a_2/b_2 \Rightarrow a_1a_2/b_1b_2$. Generalizare: $a_1/b_1, a_2/b_2, \ldots, a_n/b_n \Rightarrow a_1a_2\ldots a_n / b_1b_2\ldots b_n$.

➲ **Cel mai mare divizor comun** (c.m.m.d.c) al numerelor naturale a şi b este un număr natural d, notat (a,b) care satisface condiţiile: **1**. d/a şi d/b; **2**. oricare $d' \in \mathbb{N}$ cu d'/a şi $d'/b \Rightarrow d'/d$.

➲ Numerele naturale a şi b se numesc **prime între ele** dacă $(a, b) = 1$.

➲ Dacă a/c, b/c şi $(a, b) = 1$, atunci ab/c.
Fie numerele naturale a şi b. Dacă $(a, b) = 1$, atunci există numerele naturale m şi n prime între ele astfel încât $a = dm$ şi $b = dn$.

➲ **Cel mai mic multiplu comun** (c.m.m.m.c.) al numerelor naturale a şi b este un număr natural m, notat $[a, b]$, care îndeplineşte condiţiile: **1**. a/m şi b/m; **2**. oricare ar fi $m' \in \mathbb{N}$ cu a/m' şi $b/m' \Rightarrow m/m'$.

➲ $a \cdot b = [a, b] \cdot (a, b)$.

➲ Un număr natural a se numeşte **prim** dacă mulţimea divizorilor săi are cardinalul 2.

➲ Un număr natural a se numeşte **compus** dacă mulţimea divizorilor săi are cardinalul cel puţin 3.

Test 11

I. Completaţi spaţiile punctate.

1. Numerele de forma $\overline{a1a4b}$ divizibile cu 15 sunt ... .

2. C.m.m.d.c. şi c.m.m.m.c. al numerelor 126 şi 60 sunt ... .

3. Suma dintre un număr natural prim şi un număr natural impar este egală cu 2013. Cele două numere sunt ... .

4. Numerele $\overline{14x}$ şi 12 sunt prime între ele. Atunci $x \in \{...\}$.

5. Cel mai mic număr natural care împărţit la 11 dă restul 9 şi împărţit la 13 dă restul 8 este egal cu …. .

6. Numărul multiplilor lui 11 cuprinşi între 100 şi 300 este egal cu … .

Mulțimea numerelor raţionale pozitive

Reţineţi! $\overline{a,(b)} = a\frac{b}{9}$; $\overline{a,(bc)} = a\frac{\overline{bc}}{99}$; $\overline{a,(bcd)} = a\frac{\overline{bcd}}{999}$; $\overline{a,b(c)} = a\frac{\overline{bc}-b}{90}$;

$\overline{a,b(cd)} = a\frac{\overline{bcd}-b}{990}$; $\overline{a,bc(def)} = a\frac{\overline{bcdef}-\overline{bc}}{99900}$.

➲ ***Media aritmetică*** a numerelor raționale pozitive $a_1, a_2, ..., a_n$ este numărul $m_a = \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}$.

➲ Fiind date numerele raţionale pozitive $a_1, a_1, ..., a_1, a_2, a_2, ..., a_2, ..., a_n, a_n, ..., a_n$, unde sunt k_1 numere egale cu a_1, k_2 numere egale cu a_2, ..., k_n numere egale cu a_n, deci în total $k_1 + k_2 + ... + k_n$ numere, numărul $m_p = \frac{a_1k_1 + a_2k_2 + ... + a_nk_n}{k_1 + k_2 + ... + k_n}$ se numeşte ***media ponderată*** a valorilor a_1 de pondere k_1, a_2 de pondere k_2, ..., a_n de pondere k_n.

Test 13

I. Completaţi spaţiile punctate.

1. Transformat în fracţie ordinară numărul 3,16 este egal cu ... .

2. Transformat în fracţie ordinară numărul 1,12(03) este egal cu ... .

3. Transformat în fracţie zecimală numărul $\frac{11}{20}$ este egal cu ... .

4. Transformat în fracţie zecimală numărul $\frac{3}{26}$ este egal cu ... .

5. Fracţia $\frac{120}{168}$ este egală cu fracţia ireductibilă ... .

6. A 2012-a cifră a numărului raţional $\frac{15}{7}$ este egală cu ... .

7. Media aritmetică ponderată a numerelor 8 și 10 cu ponderile 3 și, respectiv, 5 este egală cu ... .

8. Media aritmetică ponderată a numerelor 3; 5,2 și 7,25 cu ponderile 3, 2 și, respectiv, 5 este egală cu ... .

9. Media aritmetică ponderată a numerelor 4, 7, 10 și n cu ponderile 4, 3, 2 și, respectiv, 5 este 8. Numărul n este egal cu ... .

II. Scrieţi rezolvările complete.

1. Câte numere naturale există printre numerele: $\frac{1\cdot 15}{40}, \frac{2\cdot 15}{40}, ..., \frac{50\cdot 15}{40}$?

2. Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{ab}$ în baza 10, ştiind că: **a)** fracţia $\frac{17}{a^2+b^2}$ este echiunitară; **b)** fracţia $\frac{3}{a+b}$ este supraunitară;**c)** Fracţia $\frac{a+b}{4}$ este subunitară.

3. Determinaţi $m, n \in \mathbb{N}$ astfel încât: **a)** $\frac{4n}{7} \leq \frac{14}{15}$; **b)** $\frac{2}{5} \leq \frac{4}{m} < \frac{7}{8}$.

CLASA a VII-a

Patrulaterul convex. Paralelogramul. Dreptunghiul. Rombul. Pătratul

Reţineţi!
➲ Patrulaterul convex cu laturile opuse paralele se numeşte **paralelogram**.
➲ Într-un paralelogram $ABCD$, au loc proprietăţile:
i) $(AB) \equiv (CD)$, $(BC) \equiv (AD)$; **ii)** $\sphericalangle DAB \equiv \sphericalangle DCB$; $\sphericalangle ADC \equiv \sphericalangle ABC$;
j) Dacă $AC \cap BD = \{O\}$, atunci $(OA) \equiv (OC)$, $(OB) \equiv (OD)$. **jj)** Dacă $AC \cap BD = \{O\}$, atunci O este **centrul de simetrie** al paralelogramului.
➲ Dacă în patrulaterul convex $ABCD$ are loc una din condiţiile **i), ii), j), jj)**, atunci patrulaterul este paralelogram.
➲ Paralelogramul cu un unghi drept se numeşte **dreptunghi**.
➲ Un paralelogram este dreptunghi dacă şi numai dacă are diagonalele congruente.
➲ Paralelogramul cu două laturi alăturate congruente se numeşte **romb**.
➲ Un paralelogram este romb dacă şi numai dacă are diagonalele perpendiculare (este **ortodiagonal**).
➲ Un paralelogram este romb dacă şi numai dacă o diagonală a sa este bisectoarea unui unghi al acestuia.
➲ Dreptunghiul cu două laturi alăturate congruente se numeşte **pătrat**.

Test 75

1. Determinaţi măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$ ştiind că acestea sunt direct proporţionale cu numerele prime cuprinse între 10 şi 20.

2. Perimetrul unui paralelogram $ABCD$ cu $AB = 2BC$ şi $m(\sphericalangle A) = 40°$ este egal cu 30 cm. **a)** Determinaţi lungimile laturilor paralelogramului. **b)** Dacă M este mijlocul laturii AB, determinaţi măsurile unghiurilor triunghiului MCD.

3. Fie un paralelogram $ABCD$ de centru O şi punctele $M \in (AB$, $N \in (CD$ astfel încât $[AM] \equiv [CN]$ $(M \neq B)$. Demonstraţi că: **1)** $BN \parallel DM$; **2)** punctele M, O, N sunt coliniare şi $[OM] \equiv [ON]$.

4. Se consideră un paralelogram $ABCD$ cu $AB > BC$ şi $m(\sphericalangle ACB) = 45°$. Mediatoarea diagonalei AC intersectează dreptele BC şi AD, respectiv în E şi F. Stabiliţi natura patrulaterului $AECF$.

5. În paralelogramul $ABCD$, $m(\sphericalangle C) < 90°$, se construieşte $BE \perp DC$ şi $DF \perp AB$. Ştiind că $DF \cap BC = \{Q\}$ şi $BE \cap AD = \{P\}$, să se demonstreze că patrulaterul $AQCP$ este paralelogram.

Test 76

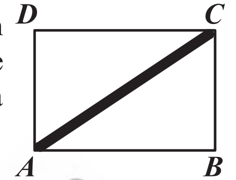
1. Fie $ABCD$ un patrulater convex. Notăm cu M, N, P, Q mijloacele laturilor $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ şi $[DA]$. Completaţi propoziţiile următoare: **a)** $MNPQ$ este ……. **b)** Dacă $ABCD$ este paralelogram, atunci $MNPQ$ este …. **c)** Dacă $ABCD$ este dreptunghi, atunci $MNPQ$ este … . **d)** Dacă $ABCD$ este romb, atunci $MNPQ$ este …. . **e)** Dacă $ABCD$ este pătrat, atunci $MNPQ$ este … . **f)** Dacă $MNPQ$ este pătrat, atunci $[AC]$ şi $[BD]$ sunt … .

2. În dreptunghiul $ABCD$ considerăm pe (AB) punctul F astfel încât $(AF) \equiv (FB)$, iar pe latura DC punctele M şi N astfel încât $(CN) \equiv (NM) \equiv (MD)$. Să se arate că triunghiul FNM este isoscel.

3. Fie H ortocentrul triunghiului echilateral ABC. Perpendiculara în A pe AB intersectează semidreapta $(BH$ în punctul M, iar perpendiculara în A pe AC intersectează semidreapta $(CH$ în punctul P. Să se arate că patrulaterul $AMHP$ este romb.

4. Demonstraţi că dacă măsura unui unghi al unui romb este egală cu media aritmetică a măsurilor celor două unghiuri alăturate, atunci rombul este pătrat.

5. Desenul alăturat reprezintă schematic o placă din lemn pătrată cu latura de lungime 80 cm. În vârfurile opuse A și C se fixează o vergea metalică. Lungimea vergelei prin rotunjire la sutimi este egală cu ... cm (Se consideră $\sqrt{2} \approx 1,41$).



Test 77[*]

I. 1. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu:
a) 180°; **b)** 240°; **c)** 360°; **d)** 480°.

2. Un unghi obtuz al unui paralelogram are măsura de 120°. Măsura unuia dintre unghiurile ascuţite este egală cu: **a)** 40°; **b)** 60°; **c)** 80°; **d)** 90°.

3. Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 18 cm şi lăţimea egală cu jumătate din lungime este egal cu: **a)** 48 cm; **b)** 44 cm; **c)** 54 cm; **d)** 84 cm.

4. Măsura unghiului format de diagonala unui pătrat cu una din laturi este de:
a) 45°; **b)** 90°; **c)** 75°; **d)** 180°.

5. Un unghi al unui romb are măsura de 90°. Atunci acesta este un:
a) dreptunghi; **b)** pătrat; **c)** trapez; **e)** patrulater oarecare.

6. În **figura 1**, avem: $[AB] \equiv [BC] \equiv [CD] \equiv [DE]$.
Atunci $ABED$ este: **a)** romb; **b)** paralelogram; **c)** dreptunghi; **d)** trapez.

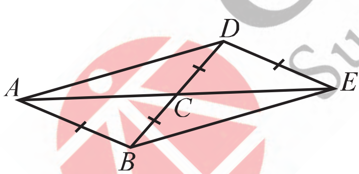


Fig. 1

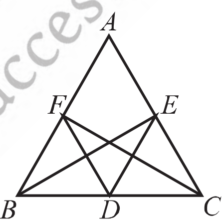


Fig. 2

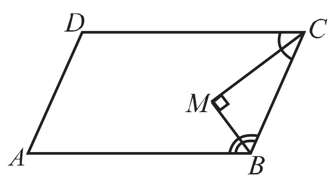


Fig. 3

7. În **figura 2**, avem $BE \perp AC$, $CF \perp AB$ şi D mijlocul laturii $[BC]$. Atunci avem:
a) $[FD] \equiv [ED] \equiv [BD] \equiv [DC]$; **b)** $[BE] \equiv [CF]$; **c)** $[BD] \equiv [DC] \equiv [BE]$; **d)** $[BE] \equiv [FB]$.

8. Paralelogramul cu diagonalele congruente şi perpendiculare este un: **a)** pătrat; **b)** romb; **c)** dreptunghi; **d)** trapez.

9. În **figura 3**, $ABCD$ este un paralelogram, iar $[BM$ şi $[CM$ sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle ABC$ şi $\sphericalangle BCD$. Atunci m($\sphericalangle BMC$) este egală cu: **a)** 45°; **b)** 70°; **c)** 80°; **d)** 90°.

[*] La fiecare din problemele 1 - 9 numai un răspuns este corect.

CAPITOLUL II
50 DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAŢIONALĂ STRUCTURATE DUPĂ MODELUL M.E.N.

16 MODELE DE TESTE CARE POT FI PARCURSE PÂNĂ LA SFÂRŞITUL LUNII DECEMBRIE

Test 1

Subiectul I (30p). Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele.

1. Rezultatul calculului 1,8 + 3,6 : 0,2 este egal cu … .

2. Într-o cutie sunt 8 ciorapi albi și 10 ciorapi negri. Fără a ne uita în cutie se extrage un ciorap. Probabilitatea ca un ciorap să fie negru este egală cu … .

3. 5 kilograme de roșii costă 12,50 lei. 7 kilograme de roșii de aceeași calitate costă ... lei.

4. Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 12,3 m și lățimea de 5,4 m este egal cu ... m.

5. În **figura 1** este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu dimensiunile de 12 m; 10 m și 6 m. Aria totală a paralelipipedului este egală cu ... m^2.

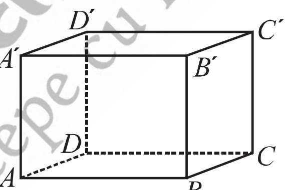


Fig. 1

6. În diagrama din **figura 2** sunt reprezentate rezultatele obținute de elevii unei școli la testul de simulare a Evaluării Naționale la matematică. Numărul elevilor din școală care au obținut la test cel mult nota 7 este egal cu ... .

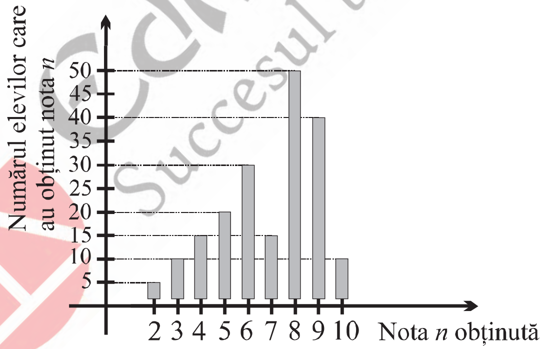


Fig. 2

Subiectul al II-lea (30p). Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

1. Desenați, pe foaia de examen, un triunghi dreptunghic ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ și puneți în evidență centrul său de greutate.

2. Arătați că media aritmetică a numerelor $x = \sqrt{121}$ și $y = \dfrac{9}{\sqrt{3}} + 13 - 3\sqrt{3}$ este egală cu 12.

Subiectul al III-lea (30p). Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete.

1. În **figura 2**, triunghiul ABC este echilateral, iar triunghiul BDC este dreptunghic cu ipotenuza $BC = 12$ cm. Punctul M este mijlocul laturii (AC) și $CD \parallel AB$.

a) Arătați că $CD = 6$ cm. (5p)

b) Demonstrați că triunghiurile ABM și CBD sunt congruente. (5p)

c) Determinați măsura unghiului $\sphericalangle CDM$. (5p)

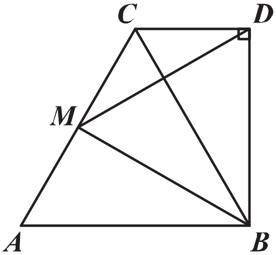


Fig. 2

2. În **figura 3** este reprezentată o prismă patrulateră regulată cu baza $ABCD$ și $AB = 40$ cm, iar $AA' = 20\sqrt{6}$ cm.

a) Arătați că, în cutie încape o riglă cu lungimea de 70 cm. (5p)

b) Calculați distanța de la punctul C' la dreapta BD. (5p)

c) Aflați măsura unghiului diedru dintre planele $(C'BD)$ și $(A'BD)$. (5p)

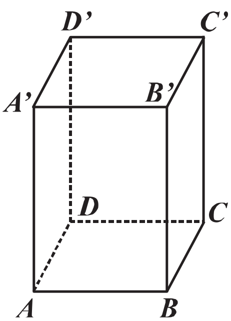


Fig. 3

Timp efectiv de lucru: 2 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Test 16

Simulare Evaluare Națională 2019, Iași

Subiectul I (30p). Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

1. Rezultatul calculului $4^2 \cdot 0{,}25 - 28 : 7$ este egal cu ... . (5p)

2. Știind că x este număr real, soluția ecuației $\frac{1}{4} \cdot (x + 1) = \frac{1}{2}$ este numărul egal cu ... . (5p)

3. Cel mai mare număr întreg negativ din intervalul $[-3; 2]$ este egal cu ... . (5p)

4. Bisectoarea unui unghi drept formează cu o latură a acestuia un unghi cu măsura de ...°.

5. În **figura 1** este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Măsura unghiului determinat de dreptele AE și CG este egală cu ... ° . (5p)

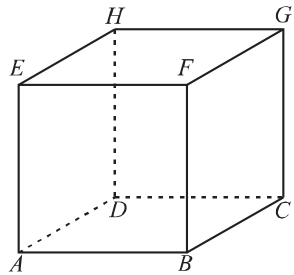
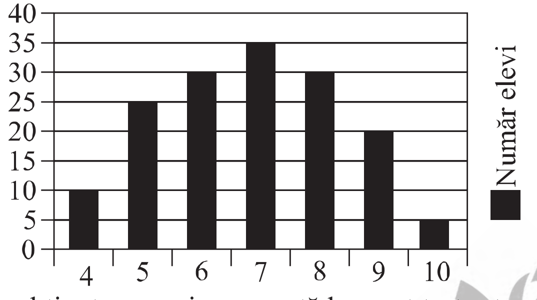


Fig. 1

6. În graficul de mai jos este prezentată repartiția elevilor claselor a VIII-a dintr-o școală, în funcție de notele obținute la testul de evaluare inițială la matematică pe semestrul I. (5p)



Numărul elevilor care au obținut cea mai mare notă la acest test este egal cu ... .

Subiectul al II-lea (30 p). Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă *ABCDEFGH*, cu una dintre baze pătratul *EFGH*. (5p)

2. Determinați numărul elevilor care se află într-o sală de clasă știind că dacă se așază câte doi elevi într-o bancă rămân trei elevi fără loc, iar dacă se așază câte trei elevi într-o bancă, rămân trei bănci neocupate. (5p)

3. Andrei citește într-o zi 0,(3) din numărul total de pagini ale unei cărți. A doua zi el citește 0,6 din numărul de pagini rămase, iar a treia zi ultimele 84 de pagini. Determinați numărul total de pagini al acestei cărți. (5p)

4. Se consideră numerele reale a și b, astfel încât $a = 2 - \sqrt{3}$ și $b = 2 + \sqrt{3}$.

a) Arătați că $\sqrt{a+b}$ este numărul natural și că $\sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \sqrt{a + \frac{1}{a}}$. (5p)

b) Demonstrați că $\sqrt{b} - \sqrt{a} = \sqrt{2}$. (5p)

5. Se consideră expresia $E(x) = x^5 - 5x^3 + 4x$, unde x este număr real. Demonstrați că există numerele întregi a, b, c, d și e astfel încât $E(x) = (x+a)(x+b)(x+c)(x+d)(x+e)$ și $a+b+c+d+e = 0$. (5p)

Subiectul al III-lea (30p). Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

1. În **figura 2** este reprezentat pătratul *ABCD* cu centrul *O* și *AB* = 6 cm. Triunghiul *EDO* este echilateral, iar *E* și *O* sunt situate de o parte și de cealaltă a dreptei *CD*. Intersecția dreptelor *CD* și *EO* este punctul *F*.

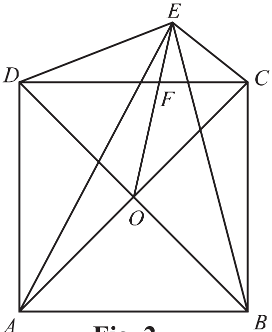


Fig. 2

a) Arătați că perimetrul triunghiului EDO este egal cu $9\sqrt{2}$ cm. (5p)
b) Demonstrați că ΔDEB este dreptunghic. (5p)
c) Demonstrați că segmentele CE și CF sunt congruente. (5p)

2. În **figura 3** este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu toate muchiile egale cu 4 cm. Centrul bazei piramidei este O, iar mijloacele muchiei BC și a înălțimii VO sunt M, respectiv N.

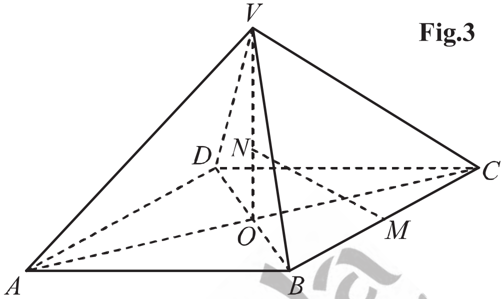


Fig.3

a) Calculați suma lungimilor tuturor muchiilor laterale ale piramidei $VABCD$. (5p)
b) Demonstrați că dreapta MN este perpendiculară pe dreapta AD. (5p)
c) Demonstrați că punctul O este egal depărtat de dreptele suport ale tuturor muchiilor piramidei $VABCD$. (5p)

Timp efectiv de lucru: 2 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.

11 MODELE DE TESTE CARE POT FI PARCURSE PÂNĂ LA 1 APRILIE

Test 17

Subiectul I (30p). Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele.

1. Rezultatul calculului $18 - 9 : 3$ este numărul natural ... . (5p)

2. Scris ca fracţie zecimală, inversul numărului raţional $\frac{5}{12}$ este numărul ... . (5p)

3. Trei muncitori pot termina o lucrare în 12 zile. 9 muncitori vor termina aceeaşi lucrare în … zile. (5p)

4. Diagonala pătratului cu aria de $16\ \text{dm}^2$ are lungimea egală cu egală cu ... dm. (5p)

5. În **figura 1** este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $SABCD$. Dacă muchiile piramidei sunt congruente, atunci măsura unghiului dreptelor SD şi BC este egală cu …°. (5p)

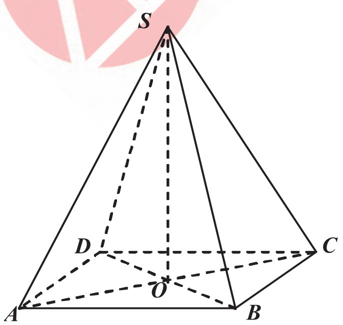
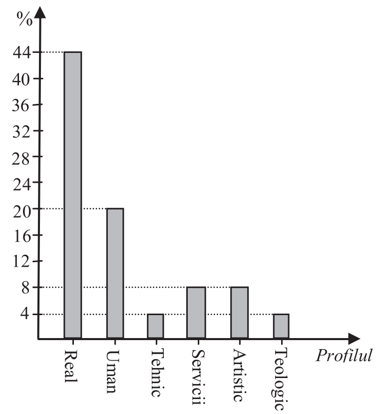


Fig. 1

Fig. 2



6. Graficul din **figura 2** ilustrează situaţia admiterii în clasa a IX-a, pe profiluri, a celor 25 de absolvenţi ai unei clase a VIII-a (în procente). Procentajul elevilor admişi la filiera teoretică este de … %. . (5p)

Subiectul al II-lea (30p). Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete.

1. Desenaţi, pe foaia de examen, o prismă patrulateră dreaptă $ABCDA'B'C'D'$, cu baza pătratul $ABCD$, punând în evidenţă diagonala BD'. (5p)

2. Scrieţi mulţimea $\{x \in \mathbb{R} / |x+5| \leq 3\}$ sub formă de interval de numere reale.(5p)

3. Mai multe persoane care vor să cumpere împreună un obiect constată că: dacă fiecare ar da câte 25 lei, atunci nu ar ajunge 50 lei, iar dacă fiecare ar da câte 35 lei, atunci suma colectată ar fi cu 40 lei mai mare decât preţul obiectului. Aflaţi preţul obiectului. (5p)

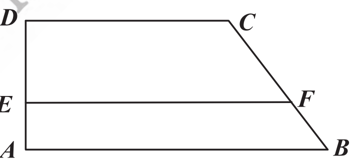
4. a) Descompuneţi în factori expresia $2mn + 2m + n + 1$. (5p)

b) Dacă $x \in [-2; 1]$ şi $y \in [-3; 2]$, arătaţi că $3x + 5y \in [-21; 13]$ (5p)

5. Stabiliţi dacă numărul $b = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} : \left(\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}\right)^{-2}$ aparţine intervalului $\left(\sqrt{3}, \sqrt{5}\right)$.(5p)

Subiectul al III-lea (30p). Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete.

1. În figura alăturată este reprezentat schematic un teren agricol care are forma unui trapez dreptunghic $ABCD$ cu măsura unghiului $\sphericalangle A$ de 90°, bazele AB = 90 m, CD = 60 m şi latura BC = 50 m. Gardul EF cu lungimea de 80 m este paralel cu AB şi împarte terenul în două parcele.



a) Determinaţi lungimea laturii AD. (5p)

b) Aflaţi aria terenului $ABCD$ (în hectare). (5p)

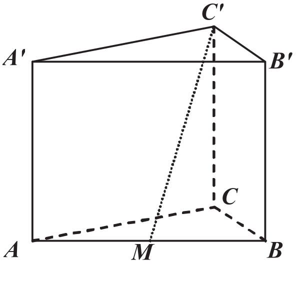
c) Determinaţi raportul ariilor terenurilor $ABFE$ şi $EFCD$. (5p)

2. În figura alăturată este reprezentată schematic o cutie confecţionată din tablă, având forma unei prisme drepte $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral. Capacitatea cutiei este de 3 litri, iar latura bazei are lungim ea de 20 cm.

a) Determinaţi înălţimea cutiei. (5p)

b) Exprimaţi în decimetri pătraţi, cu aproximaţie de o unitate prin lipsă, suprafaţa tablei din care este confecţionată cutia, ştiind că aceasta nu are capac. $\left(\sqrt{3} = 1,73\right)$ (5p)

c) Dacă M este mijlocul muchiei AB, determinaţi măsura unghiului format de dreapta $C'M$ cu planul feţei laterale $ABB'A'$. (5p)



RĂSPUNSURI, INDICAŢII, SOLUŢII, COMENTARII. BAREME DE EVALUARE ŞI NOTARE

Capitolul I. Recapitulare și aprofundare

Test 1. I. 1. 98765. **2.** 2013. **3.** 13. **4.** 17. **5.** 14. **6.** 10. **II. 1. a)** 7; **b)** 1; **c)** 1850. **3.** 680. **4. a)** 0; **b)** 38500; **c)** 81; **d)** $a = 8$; $b = 9$; $c = 10$. **5.** 128; 137; 146; 236; 245.

Test 2. I. 1. 20. **2.** 16. **3.** $10 \cdot 10 = 100$. **4.** 140. **5.** 2809. **6.** 550. **II. 1. a)** 8; **b)** 8; **c)** 1000. **2. a)** 56; **b)** 210; **c)** 1. **3.** 51. **4.** $(a, b) \in \{(2,15), (13,4)\}$. **5.** 25 copii şi 12000 lei. **6.** $(8 \cdot 10 + 0) + (8 \cdot 10 + 1) + \ldots + {}$ $+ \ldots + (8 \cdot 10 + 7) = 668$.

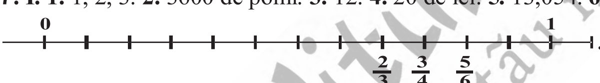
Test 3. I. 1. 101. **2.** $100 \leq 32 \cdot n + 8 \leq 999$, de unde $92 \leq 32 \cdot n \leq 991$ şi $3 \leq n \leq 30$. Deci există $30 - 2 = 28$ de numere. **3.** $a = 350 : 70 = 5$. **4.** 150, 153, 156, 159. **5.** $a = 49$ şi $b = 56$. Deci b. **6.** 14. **II. 1.** 200. **2. a)** 28; **b)** 21. **3.** 2992 şi 995. **4.** $U(a) = 3$, deci a nu este pătrat perfect. **5.** 60 Km/h. **6.** A = {150, 152, 154, 156, 158}. B = {400, 410,…, 490, 405, 415,…, 495}; C = {170}; D = {272; 474; 676; 878}.

Test 4. I. 1. $A \cup B = \{1, 2, 3, 7, 8, 9, 10\}$. $A \cap B = \{2, 7\}$. **2.** 50. **3.** 2002. **4.** {2, 4}; {2, 5}; {2; 6}; {4; 5}; {4, 6}; {5, 6}. **5.** 54. **6.** {0, 2, 4, 6, 8}. **7.** 9^{12}. **8.** 33. **9.** 0, 1, 2 sau 3. **II. 1. a)** F; **b)** F; **c)** F; **d)** A; **e)** F. **2.** 21 de numere. **3.** $U(N) = 7$ etc. **4.** 5 870. **5.** 12; 13 sau 3, 4, 5, 6, 7. **6.** 30.

Test 5. 1. 1903 şi 45. **2.** 3^4; $3^5 + 3^4$; $3^n + 24 \cdot 3^{n+1}$ dacă n este par; $3^6 + 33 \cdot 3^7 = 3^6 \cdot (1 + 33 \cdot 3) =$ $= 3^6 \cdot 100 = (3^3 \cdot 10)^2$; $5^{11} + 3 \cdot 5^{10} - (2 \cdot 5^4)^2 = (5^4 \cdot 14)^2$. **3.** 64. **4. a)** 7; **b)** 5; **c)** 0; **d)** 3; **e)** 10; **f)** 3; **g)** 3; **h)** orice număr natural nenul; **i)** 9. **5.** $\varnothing$; {7}; {8}; {9}; {7; 8}; {7; 9}; {8; 9}; {7; 8; 9}. **6.** A = {0; 1; 2; 3}; B = {1; 2; 3; 4; 5}; C = {0; 1; 2; 3; 4; 5} etc.

Test 6. 1. b; **2.** a; **3.** b; **4.** d; **5.** a; **6.** c; **7.** a; **8.** d; **9.** a; **10.** 4489 şi 45; **11.** A = {0, 1, 2, 3, 4}; B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}; C = {0, 1, 2, 3, 4, 5}; $A \cup B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $A \cap C = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; $A \setminus B = \{0\}$; $B \setminus C = \{6\}$. **12. a)** 47; **b)** 45; **c)** 83.

Test 7. I. 1. 1, 2, 3. **2.** 3600 de pomi. **3.** 12. **4.** 20 de lei. **5.** 13,054. **6.** 6,75.

II. 1. 

. **2.** $\frac{10}{12}$; $\frac{15}{18}$; $\frac{20}{24}$; $\frac{25}{30}$; $\frac{50}{60}$.

3. $\frac{42}{66}$; $\frac{49}{77}$; $\frac{56}{88}$; $\frac{63}{99}$. **4. a)** 1, 2, 4. **b)** 1, 2, 4; **c)** 2, 3, 5, 9; **d)** 1, 2, 3, 7; **e)** 1. **5. a)** $\frac{3}{43}$; $\frac{15}{55}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{30}{50}$; **b)** $\frac{3}{10}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{16}{20}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{30}{4}$; **c)** $\frac{5}{18}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{75}{180}$; $\frac{54}{108}$; $\frac{44}{72}$; $\frac{23}{36}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$. **6. a)** 1; 2; 3; 4; **b)** 3; 4; 5; 6; 7; **c)** 2; 3.

Test 8. I. 1. C. **2.** B. **3.** A. **4.** D. **5.** B. **6.** A. **7.** C. **8.** D. **II. 1. a)** 2,99; 3,007; 3,045; 3,45; 3,461; 3,501; 4,07. **b)** 7,3211; 7,3212; 7,3219. **2. a)** 1,952; **b)** 2,9617; **c)** 3 145; **d)** 4 050, 5; **e)** 0,00203012; **f)** 0,14; **g)** 30 112 000. **3.** 301,2 şi 323,7. **4.** 1440 hl. **5.** Aplicaţi *principiul cutiei*. **6.** $\frac{14}{18}$; $\frac{35}{45}$; $\frac{70}{90}$; $\frac{21}{27}$; $\frac{28}{36}$; $\frac{56}{72}$.

Test 9. 1. a) 15; **b)** 11; **c)** 36; **d)** 3; **e)** 2; **f)** nu are soluţie. **2.** 5 ani şi 35 ani. **3. a)** 2 001; **b)** 2; **c)** 371,912. **4.** De exemplu: 5,681; 5,683; 5,689. **5.** B = {3, 5, 6, 8} şi A = {3, 5, 6, 11} sau A = {3, 5, 6, 1, 10} sau A = {3, 5, 6, 2, 9} sau A = {3, 5, 6, 4, 7}. **6.** 2358,75 kg. **7.** 130 m şi 975 m^2. **8. a)** 2,1 m; **b)** 2 016 hl.

Test 10. I. 1. a) 0,002 km; **b)** 20 dm; **c)** 0,4 dam; **d)** 3 m. **2. a)** 2 400 g; **b)** 4,7 kg; **c)** 250 dag; **d)** 0,02 kg. **3. a)** 20 000 cm^2; **b)** 2 ha; **c)** 0,04 ari; **d)** 250 000 dm^2. **4. a)** 3 000 000 cm^3; **b)** $3 \cdot 10^6$ dm^3; **c)** 0,000004 dam^3; **d)** 2,5m^3. **5. a)** 700 cl; **b)** 17 dl; **c)** 0,4 *l*; **d)** 180 dl. **6. a)** 1000 *l*; **b)** 0,017 hl; **c)** 4 *l*; **d)** 0,0045 m^3; **e)** 1 782 cm^3; **f)** 0,0001414 dam^3; **g)** 0,002055 m^3; **h)** 0,000315 dam^3. **7. a)** 21,05; **b)** 1,606. **8. a)** 250,48; **b)** 280,55; **c)** 323,8. **9. a)** 2000,006; **b)** 0,2594; **c)** 137. **10. a) i)** 2°20'56"; **ii)** 225,6' = = 13536"; **b) i)** 133°44'52"; **ii)** 73°40'12" – 29°53'49" = 72°99'72" – 29°53'49" = 43°46'23"; **iii)** 104°13'. **II. 1.** 336 000 *l*. **2.** 421,875 *l*. **3.** 14,4 kg pe o parte a gardului. **4.** 70 cm. **5. a)** Drumul cel mai scurt trece în ordine prin localităţile: A - B - F - D - M - N. Drumul are lungimea egală cu 10 + 8 + + 2 + 2 + 7 + 9 = 38 km. **b)** $(10 + 8 + 2 + 2) : 55 + (7 + 9) : 64 = \frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{13}{20}$ ore $= \frac{39}{60}$ ore = 39 de minute.

Test 99. **1. a)** F; **b)** F; **c)** A. **3.** $MC = 20$ cm, $MB = 10\sqrt{3}$ cm ; $\mathcal{A}_{MBD} = \dfrac{BD \cdot MO}{2} = 50\sqrt{5}$ cm^2, unde $\{O\} = AC \cap BD$. **4. a)** Demonstraţi prin reducere la absurd şi ţineţi seama de unicitatea perpendicularei duse dintr-un punct pe un plan. **b)** Fie M şi N mijloacele segmentelor $A'C'$ şi respectiv $B'D'$ iar O mijlocul segmentului BD; OM şi ON sunt linii mijlocii în trapezele $ACC'A'$ şi respectiv $BDD'B'$. Avem $ON = OM = \dfrac{6+8}{2} = \dfrac{10+4}{2} = 7$ cm, deci $M = N$ şi rezultă că $A'C' \cap B'D' = \{M\}$. **5.** Dacă $M \in (ABC)$, atunci M este şi ortocentrul ΔABC. Dacă $M \notin (ABC)$, atunci fie $MO \perp (ABC)$, $O \in (ABC)$. Triunghiurile dreptunghice MOA, MOB şi MOC sunt congruente (cazul I.C.) de unde rezultă că O este şi ortocentrul ΔABC adică $OA \perp BC$. Cum $BC \perp OM$ şi $OA \cap OM = \{O\}$ rezultă că $BC \perp (OAM)$, adică $MA \perp BC$ etc.

Test 100. **1.** d$(M, CD) = 10\sqrt{2}$ cm; d(M, AB) = d$(M, AD) = 10$ cm; d$(M, BD) = 5\sqrt{6}$ cm. **2.** d(M, AB) = = d$(M, AC) = \dfrac{3\sqrt{353}}{8}$ cm, d$(M, BC) = \dfrac{3\sqrt{177}}{8}$. **3. a)** d$(M, BC) = 10$ cm; d$(M, DC) = 6\sqrt{2}$ cm; d(M, AD) = d$(M, AB) = 6$ cm. **b)** $AB = 3$ cm, $AD = 4$ cm; $MA = 5$ cm; d$(M, AC) = 5$ cm; d(M, BD) = $= \dfrac{\sqrt{769}}{5}$ cm. **4.** d$(M, BC) = MC = 10\sqrt{6}$ cm; d(M, AC) = d(M, AD) = d$(M, AB) = 10\sqrt{3}$ cm; d$(M, DC) = 5\sqrt{15}$ cm; d$(M, BD) = 20$ cm.

Test 101. **1. a)** Fie O centrul pătratului (**fig. 1**). OP este linie mijlocie în ΔBMD, deci $OP \parallel MB$ şi cum $OP \subset (PAC) \Rightarrow MB \parallel (PAC)$. **b)** AP este mediană, deci este şi înălţime în ΔAMD isoscel **(1)**. Se arată că $DC \perp (MAD)$, de unde rezultă că $DC \perp AP$ **(2)**. Din **(1)** şi **(2)** $\Rightarrow AP \perp (MCD)$. **c)** Din **T.3.⊥.** rezultă că $MB \perp BC$. Se obţine $\mathcal{A}_{MBC} = 8\sqrt{2}$ cm^2. **2.** Din $MA \perp (ABC)$ şi $BD \subset (ABC) \Rightarrow$ $\Rightarrow BD \perp AM$, dar $BD \perp AO$ şi, cum $BD \cap AC = \{O\}$, rezultă $BD \perp (AOM)$. Deci $OM \perp BD$ ($OM \subset AOM$) şi urmează că $d(M, BD) = OM$. Din triunghiul dreptunghic AOM se obţine $OM = 5\sqrt{7}$ cm, $d(M, BC)$ = $= d(M, DC) = 5\sqrt{7}$ cm (**fig. 2**). **3. a)** $AC \perp (MBD)$;

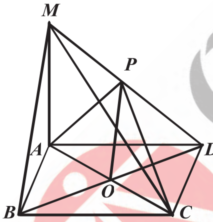


Fig. 1

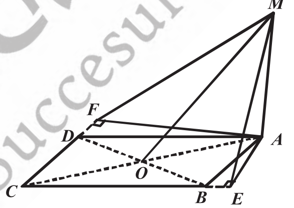


Fig. 2

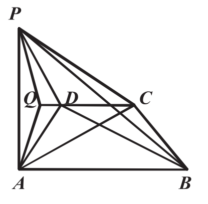


Fig. 3

b) Fie $AC \cap BD = \{O\}$ şi $OF \perp MD$, $F \in MD$. Din $OF \perp MD$ şi $OF \perp AC$ (pentru că $AC \perp (MBD)$ şi $OF \subset (MBD)$) rezultă că $d(AC, MD) = OF$. Din $\Delta DFO \sim \Delta DBM$ se obţine $OF = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **c)** Fie $BT \perp CE$, $T \in CE$. Se obţine $MT = \dfrac{\sqrt{21}}{2}$. **4.** Se arată că $AC \perp CB$, $DB \perp AD$. Fie $AQ \perp DC$ ($Q \in DC$) (**fig. 3**). Utilizând **T.3.⊥.** se obţine că $PC \perp BC$; $PD \perp DB$ şi $PQ \perp DC$. Deci $d(P, BC) = PC$; $d(P, DB) = PD$ şi $d(P, DC) = PQ$. Utilizând **teorema lui Pitagora** şi funcţii trigonometrice se obţine: $PC = 2a$; $PD = a\sqrt{2}$ şi $PQ = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

5. Aplicând **T.3⊥** rezultă că $MC \perp BC$; $MD \perp DB$ şi $d(M, BC)$ = $= MC = 5\sqrt{21}$, iar $d(M, DB) = MD = 5\sqrt{13}$ cm (**figura alăturată**).